



محاسبه شعاع ژیراسیون مقاطع مختلف به همراه حل ۱ مثال کاربردی

نویسنده: امیر صفی زاده – سعید کاویان پور

مقدمه

حتما قبل از شروع آموزش محاسبه شعاع ژیراسیون مقاطع مختلف ابتدا محاسبه [ممان اینرسی](#) را یاد بگیرید اما کاربرد شعاع ژیراسیون در عمران چیست؟ شعاع ژیراسیون مستطیل چگونه محاسبه می شود؟ روش محاسبه شعاع ژیراسیون مقاطع دویل فولادی چگونه است؟

در این مقاله کاربردی ابتدا بیان خواهیم کرد که شعاع ژیراسیون چیست؟ و سپس محاسبه شعاع ژیراسیون را آموزش خواهیم داد.

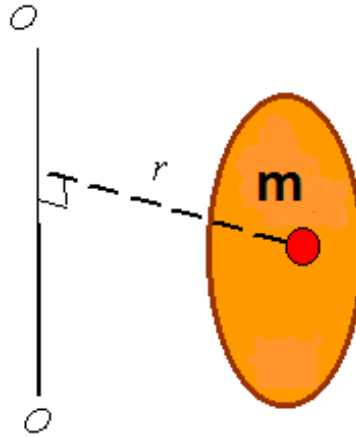
بامطالعه این مقاله چه می آموزید؟

۱. تعریف شعاع ژیراسیون
۲. مثال برای محاسبه شعاع ژیراسیون
۳. کاربردها و محدودیت ضریب لاغری
۴. آشنایی با ضریب طول مؤثر برای انواع اتصالات
۵. مقاطع مناسب برای افزایش شعاع ژیراسیون در ستون ها و بادبندها



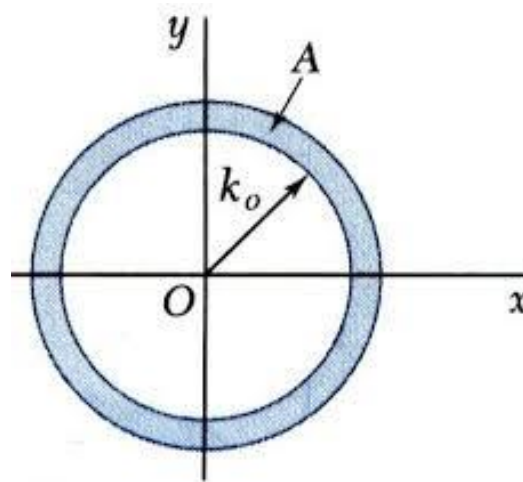
تعریف شعاع ژیراسیون

شعاع ژیراسیون (شعاع دوران) در واقع فاصله‌ی تار خنثی مقطع از نقطه‌ای فرضی است که اگر تمام سطح مقطع موردنظر در آن فاصله به صورت متمرکز قرار داده شود، ممان اینرسی (سطح ضربدر فاصله به توان دو یا $I=Ad^2$) ناشی از این کار برابر باممان اینرسی سطح مقطع اولیه است.



شکل ۱ فاصله جزء سطح یا جرم از تار خنثی

به عبارت دیگر شعاع ژیراسیون پراکنندگی سطح مقطع را نسبت به مرکز آن سطح نشان می‌دهد و هر چه مصالح از تار خنثی دورتر باشد شعاع ژیراسیون مقطع بیشتر است.



شکل ۲ مقطع دایره توخالی از لحاظ شعاع ژیراسیون بسیار مناسب است

شعاع ژیراسیون نیز مانند ممان اینرسی حول محورهای x و y به صورت جداگانه حساب می‌شود. برای به دست آوردن رابطه شعاع ژیراسیون نسبت به هر محور به طور جداگانه، کافی است در رابطه ممان اینرسی با انجام یک طرفین وسطین پارامتر فاصله (d) را بر حسب پارامترهای دیگر به دست آوریم که این فاصله همان شعاع ژیراسیون است ($d=r$).



$$I_x = Ad_x^2 \rightarrow d_x^2 = \frac{I_x}{A} \rightarrow d_x = r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$I_y = Ad_y^2 \rightarrow d_y^2 = \frac{I_y}{A} \rightarrow d_y = r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

در رابطه بالا:

$$I = \text{ممان اینرسی (m}^4\text{)}$$

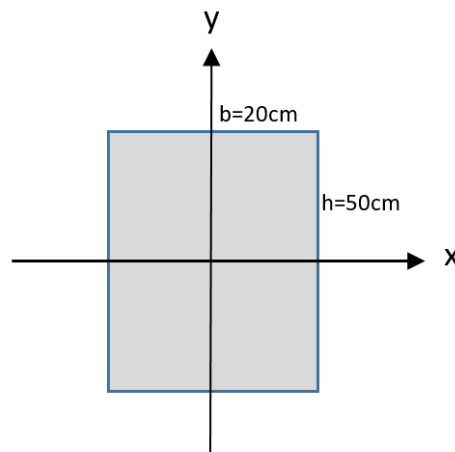
$$A = \text{سطح مقطع (m}^2\text{)}$$

$$d = r = \text{شعاع ژیراسیون (m)}$$

مثال برای محاسبه شعاع ژیراسیون

برای مثال اگر مقطع مستطیلی به ابعاد $b=20\text{cm}$ و $h=50\text{cm}$ داشته باشیم، شعاع ژیراسیون آن حول محور X به صورت زیر قابل محاسبه

است:



شکل ۳ مقطع مستطیلی برای محاسبه شعاع ژیراسیون

$$A = bh = 50 \times 20 = 1000$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 \times 50^3}{12} = 208333$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{208333.33}{1000}} = 14.43\text{cm}$$



کاربرد شعاع ژیراسیون در ضریب لاغری

در یک عضو فشاری برای اینکه بحرانی ترین حالت را داشته باشیم، باید ضریب لاغری $(\lambda = \frac{KL}{r})$ حداکثر در یکی از راستاهای X و Y، در محاسبات لحاظ شود. شعاع ژیراسیون در اعضای فشاری دارای اهمیت ویژه‌ای است؛ چرا که هر چه این پارامتر بیشتر باشد، ضریب لاغری کاهش یافته و قدرت باربری عضو بیشتر می شود.

بحرانی ترین حالت عضو فشاری، داشتن حداقل ظرفیت باربری عضو است.



مبحث دهم مقررات ملی ساختمان، محدودیت‌هایی را برای **اعضای** ضریب لاغری اعضای کششی و فشاری در نظر گرفته است که در هر صورت به ترتیب نباید از ۳۰۰ و ۲۰۰ بیشتر باشند.

۱-۲-۴-۳ محدودیت ضریب لاغری

اعضایی که تحت اثر نیروی محوری فشاری قرار دارند، ضریب لاغری حداکثر آنها، $(\frac{KL}{r})_{max}$ ، نباید از ۲۰۰ تجاوز کند.

۱-۲-۳-۲ محدودیت لاغری در اعضای کششی

ضریب لاغری حداکثر اعضای کششی، $(L/r)_{max}$ ، نباید از ۳۰۰ تجاوز نماید. برای قلاب‌ها و میله مهارهای کششی که دارای پیش‌تنیدگی اولیه به مقدار کافی باشند، به طوری که پس از ایجاد کشش اولیه عضو به حالت مستقیم درآید، رعایت محدودیت لاغری ضروری نیست.

آشنایی با ضریب طول مؤثر برای انواع اتصالات و تکیه‌گاه‌ها

با توجه به روابط آورده شده در مبحث دهم مقررات ملی ساختمان، عوامل تأثیرگذار در کماتش اعضای فشاری عبارت‌اند از:

- شعاع ژیراسیون (I)
- طول عضو (L)
- نوع اتصال دو سر عضو (K)
- مدول الاستیسیته مصالح (E)



توضیحات	انواع مختلف اعضای فشاری با شرایط تکیه‌گاهی ایده‌آل					
شکل کماتش یافته عضوفشاری به صورت خط چینی نمایش داده شده است.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر نظری K	۰/۵	۰/۷	۱/۰	۱/۰	۲/۰	۲/۰

شکل ۴ ضریب طول مؤثر برای انواع اتصالات مختلف



۱۰-۲-۴-۴ کمانش خمشی

مقاومت فشاری اسمی اعضای فشاری، P_n ، با مقطع بدون اجزای لاغر بر اساس کمانش خمشی با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$P_n = F_{cr} A_g \quad (۱-۴-۲-۱۰)$$

که در آن:

A_g = سطح مقطع کلی عضو

F_{cr} = تنش فشاری ناشی از کمانش خمشی که از روابط زیر به دست می‌آید.

الف) اگر $\frac{F_y}{F_e} \leq 2/25$ یا $\frac{KL}{r} \leq 4/71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ باشد:

$$F_{cr} = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y \quad (۲-۴-۲-۱۰)$$

ب) اگر $\frac{F_y}{F_e} > 2/25$ یا $\frac{KL}{r} > 4/71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ باشد:

$$F_{cr} = 0.877 F_e \quad (۳-۴-۲-۱۰)$$

مقاطع مناسب برای افزایش شعاع ژیراسیون در ستون‌ها و بادبندها

همان‌طور که در بندهای بالا از مبحث دهم مقررات ملی ساختمان مشاهده می‌گردد، تنش قابل تحمل در اعضای فشاری رابطه مستقیمی با تنش کمانش الاستیک (F_e) دارد. تنش کمانش الاستیک نیز با شعاع ژیراسیون رابطه مستقیم دارد که در زیر به این رابطه اشاره شده است:

F_e = تنش کمانش الاستیک که مقدار آن عبارت است از:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}$$

با توجه به روابط بالا، برای افزایش مقاومت فشاری یک عضو، با فرض ثابت بودن جنس مصالح دو انتخاب وجود دارد:

۱- افزایش سطح مقطع

۲- افزایش شعاع ژیراسیون

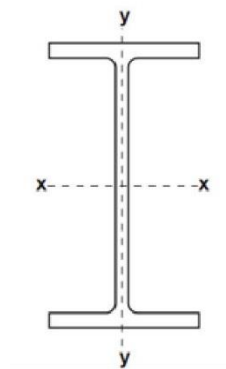
راه‌حل اول برای اعضای بلند (مانند ستون‌های لاغر) علاوه بر اینکه تأثیر چندانی در افزایش مقاومت ندارد (چراکه در اعضای لاغر شکست به‌صورت کمانش خمشی است)، در عوض باعث افزایش وزن عضو و غیراقتصادی شدن آن می‌شود. راه‌حل دوم اقتصادی‌تر





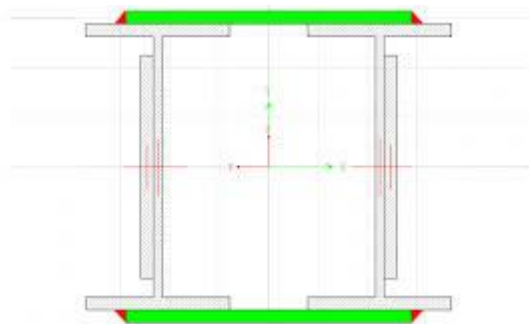
است؛ زیرا با افزایش بسیار ناچیز سطح مقطع، می‌توان شعاع ژیراسیون را تا چند برابر افزایش داد که منجر به افزایش قدرت باربری عضو می‌شود.

به‌طور کلی برای اعضای فشاری بهترین مقطع آن است که در هر دو جهت شعاع ژیراسیون برابری داشته باشد؛ زیرا در مقاطعی که اختلاف شعاع ژیراسیون دو مقطع زیاد باشد، عضو در جهت ضعیف‌تر دچار کمانش می‌شود و شعاع ژیراسیون جهت قوی تنها باعث پرت مصالح و سنگین شدن عضو می‌شود. برای نزدیک کردن شعاع ژیراسیون در ستون‌های فولادی، معمولاً از مقاطع مرکب استفاده می‌شود. مقطع I شکل به‌تنهایی در راستای محور x دارای ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون مناسبی است اما در جهت y ضعیف است.



شکل ۵. محورهای مقطع I شکل

مقاطع I شکل دابل در هر دو جهت دارای شعاع ژیراسیون مناسبی هستند و همچنین دارای [اساس مقطع مناسبی](#) در هر دو جهت نیز هستند.

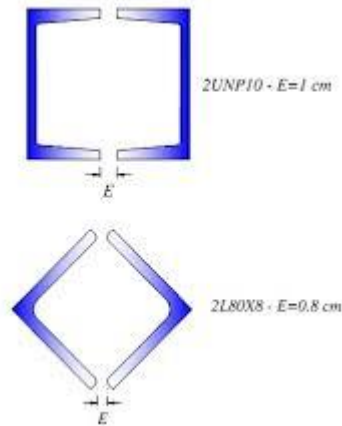


شکل ۶ نمونه‌ای از یک مقطع مرکب مورد استفاده در ستون

در مهاربندها به دلیل اینکه رفتارشان هم فشاری و هم کششی است، داشتن مقدار شعاع ژیراسیون **زیاد**، برای اینکه نیروی فشاری و کششی تقریباً برابر باشد، بسیار مهم است. شعاع ژیراسیون **کم**، باعث [کمانش مهاربند](#) و در نتیجه تحمل نیروی فشاری خیلی کم می‌گردد. همچنین



همان طور که قبلاً ذکر شد نزدیک بودن شعاع ژیراسیون در هر دو راستا باعث بهینه شدن سطح و وزن مقطع می شود. با توجه به توضیحات ارائه شده استفاده از مقاطع I شکل برای بادبندها اصلاً توصیه نمی شود؛ چراکه تفاوت شعاع ژیراسیون در دو راستای مختلف آن اختلاف زیادی بهم دارند و احتمال کماتش حول محور ضعیف آن بیشتر است. معمولاً از مقطع ناودانی یا هر مقطع بسته دیگری مانند دایره و باکس به دلیل نزدیک بودن شعاع ژیراسیون در هر دو راستا برای بادبندها استفاده می شود.



شکل ۷ نمونه‌ای از مقاطع مناسب برای مهاربند

منابع:

[مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ویرایش چهارم](#)

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر برای شرکت مهندسی سبز سازه محفوظ می باشد و هرگونه کپی برداری، تقلید یا باز نشر غیر قانونی بوده و تحت پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

